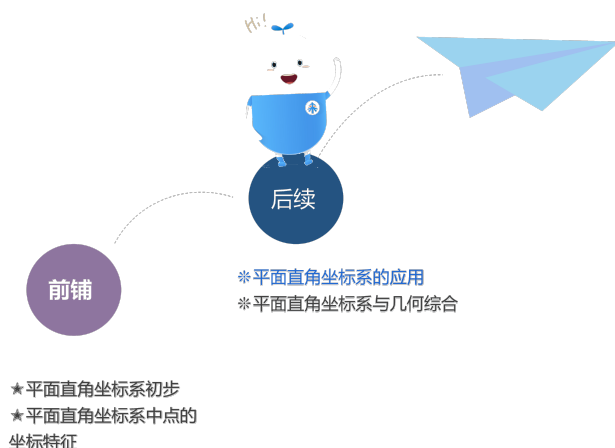
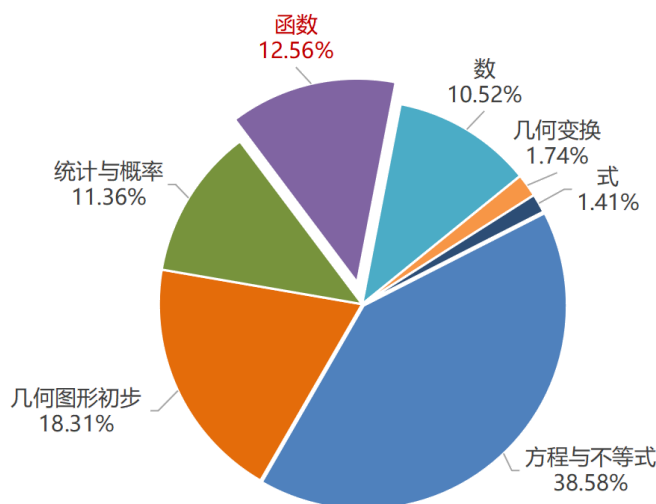


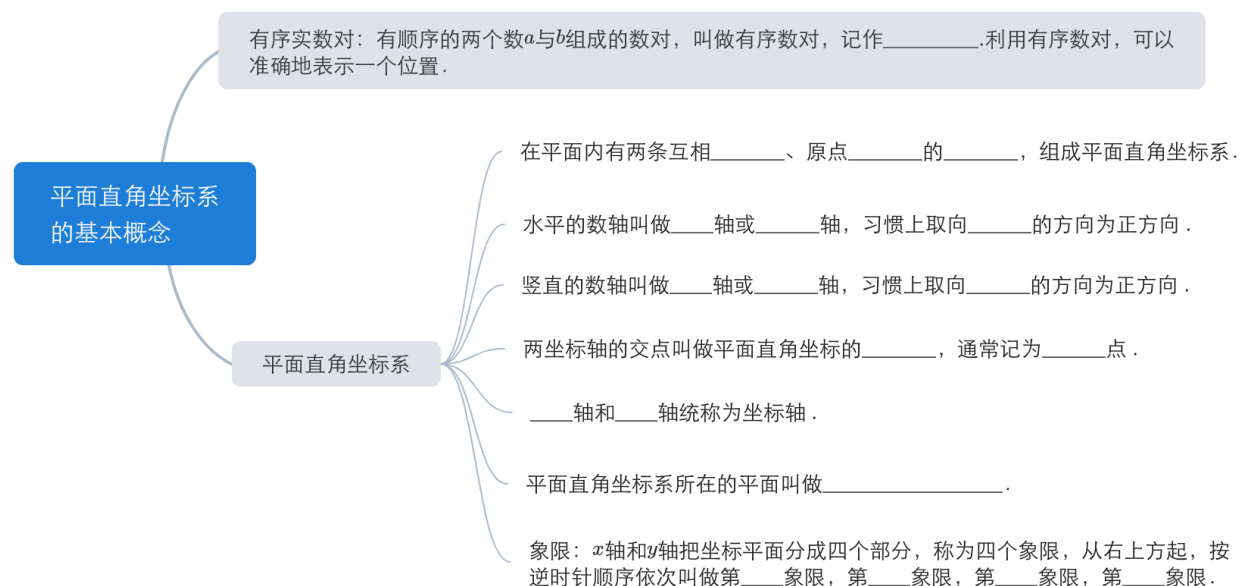
第1讲 平面直角坐标系基础

平面直角坐标系属于人教版第七章的内容，这部分的易错点为点到直线的距离与点坐标的区分，难点为平面直角坐标系与几何综合；是期末考试的高频考点，解答题中会与我们前面学习的平行线进行综合，难度较大，故这部分我们分为《平面直角坐标系初步》、《平面直角坐标系的应用》、《平面直角坐标系与几何综合》三个模块。本模块为《平面直角坐标系的应用》，旨在帮助学生熟悉平面直角坐标系，学会利用平面直接坐标系解决问题。

本模块难度适中，适用于平面直角坐标系的基础认知与短期突破，本模块分为平面直角坐标系基础、坐标系中的几何变换和面积问题、动点问题和找规律3讲内容，帮助学生了解平面直角坐标系部分的常见题型，掌握这部分的解题思路。



一、平面直角坐标系的基本概念



【教法备注】

1、有序实数对：有顺序的两个数 a 与 b 组成的数对，叫做有序数对，记作 (a, b) ；利用有序数对，可以准确地表示一个位置。

易错点：

对有序的理解，即两个数的位置不能随意交换。

(a, b) 和 (b, a) 两个数的顺序不同，含义就不同，表示的位置也不同。

当 $a = b$ 时， (a, b) 和 (b, a) 是同一有序实数对。

当 $a \neq b$ 时， (a, b) 和 (b, a) 是不同的两个有序实数对。

有序数对中，数的顺序需事先规定，如规定表示排的数在前，表示列的数在后，则 $(3, 2)$ 表示第3排第2列， $(2, 3)$ 表示第2排第3列。

2、平面直角坐标系：在平面内有两条互相垂直、原点重合的数轴，组成平面直角坐标系。

水平的数轴叫做 x 轴或横轴，习惯上取向右的方向为正方向；

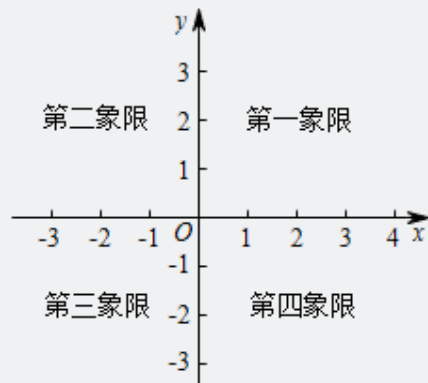
竖直的数轴叫做 y 轴或纵轴，习惯上取向上的方向为正方向；

两坐标轴的交点叫做平面直角坐标的原点；

x 轴和 y 轴统称为坐标轴；

平面直角坐标系所在的平面叫做坐标平面。

象限： x 轴和 y 轴把坐标平面分成四个部分，称为四个象限，从右上方起，按逆时针顺序依次叫做第一象限，第二象限，第三象限，第四象限。



例题1

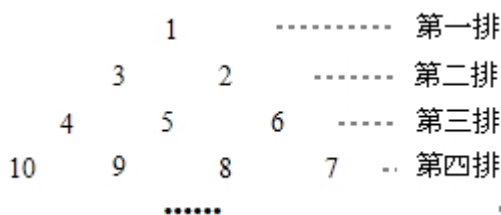
1. 某班级第4组第5排位置可以用数对(4,5)表示,则数对(2,3)表示的位置是() .
- A. 第3组第2排 B. 第3组第1排 C. 第2组第3排 D. 第2组第2排

【答案】 C

【解析】 某班级第4组第5排位置可以用数对(4,5)表示,则数对(2,3)表示的位置是第2组第3排,故选:C .

【标注】【知识点】有序数对

2. 将正整数按如图所示的规律排列下去,若有序实数对(n, m)表示第 n 排,从左到右第 m 个数,如(4,2)表示实数9,则表示实数17的有序实数对是() .



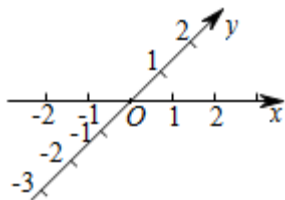
- A. (6,5) B. (5,6) C. (4,6) D. (6,4)

【答案】 A

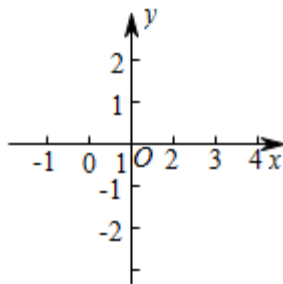
【标注】【知识点】数列找规律-三角形数及衍生数列

3. 如图所示,是平面直角坐标系的是() .

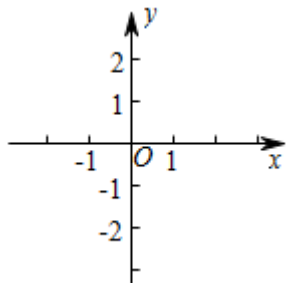
A.



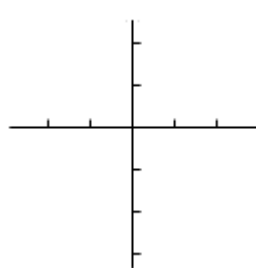
B.



C.



D.



【答案】C

【解析】由图可得，A选项中 x 轴与 y 轴不互相垂直，故排除；
B选项中两数轴的交点不对，亦排除；
D选项中没有标明坐标原点及 x 轴与 y 轴等，故也排除；
 $\therefore$ 只有C选项符合平面直角坐标系的定义，故选C．

【标注】【知识点】建立坐标系

练习1

4. 一个有序数对可以（ ）．

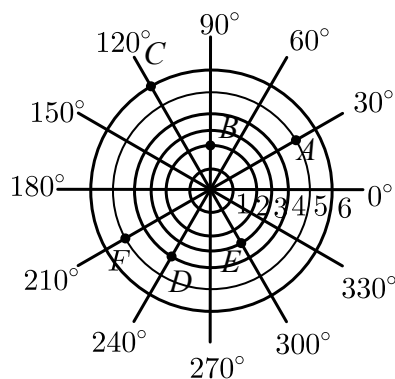
- A. 确定一个点的位置
- B. 确定两个点的位置
- C. 确定一个或两个点的位置
- D. 不能确定点的位置

【答案】A

【解析】一对有序数对可以确定一个点的位置．

【标注】【知识点】有序数对

5. 如图是用雷达探测器测得的六个目标A、B、C、D、E、F，其中，目标E、F的位置表示为 $E(300^\circ, 3)$ ， $F(210^\circ, 5)$ ，按照此方法表示目标A、B、C、D的位置，不正确的是（ ）．



- A. $A(30^\circ, 4)$
- B. $B(90^\circ, 2)$
- C. $C(120^\circ, 6)$
- D. $D(240^\circ, 4)$

【答案】A

【解析】由图可得， $A(30^\circ, 5)$ ，故A选项错误；
 $B(90^\circ, 2)$ ， $C(120^\circ, 6)$ ， $D(240^\circ, 4)$ ，故B，C，D选项都正确．
故选A．

【标注】【知识点】有序数对

6. 观察下列有序数对： $(3, 1)$ ， $(5, \frac{1}{2})$ ， $(7, \frac{1}{3})$ ， $(9, \frac{1}{4})$ ，...，根据你发现的规律，第 n 个有序数对是_____。

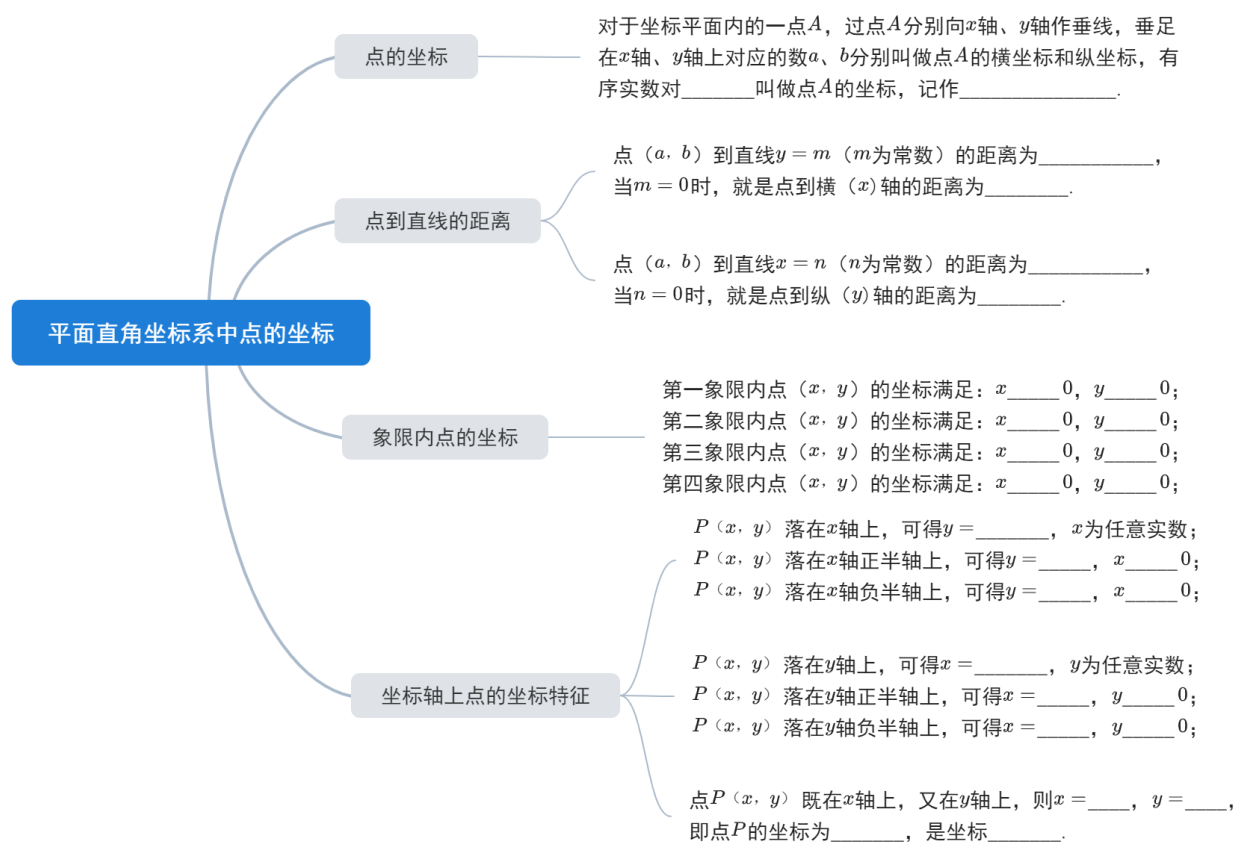
【答案】 $(2n + 1, \frac{1}{n})$

【标注】【能力】抽象概括能力

【知识点】有序数对

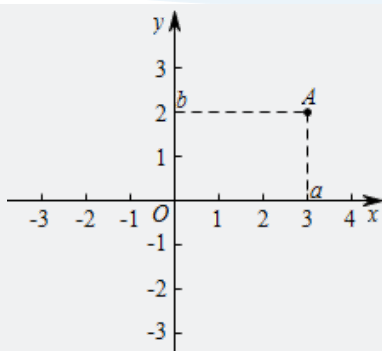
【知识点】数列找规律-其他数列规律

二、平面直角坐标系点的基本特征



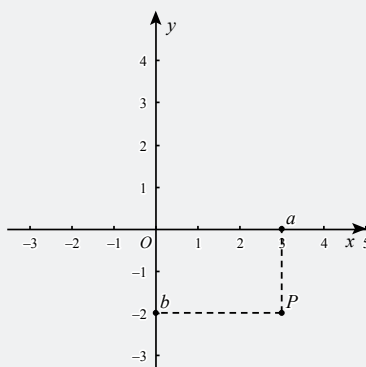
【教法备注】

- 1、点的坐标：对于坐标平面内的一点 A ，过点 A 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足在 x 轴、 y 轴上对应的数 a 、 b 分别叫做点 A 的横坐标和纵坐标，有序实数对 (a, b) 叫做点 A 的坐标，记作 $A(a, b)$ 。



典例：

若过点 P 分别向 x 轴、 y 轴作垂线，垂足在 x 轴、 y 轴上对应的数 a 、 b 分别为 3 ， -2 ，则有序实数对 $(3, -2)$ 叫做点 P 的坐标，记作 $P(3, -2)$ ， P 点横坐标为 3 ，纵坐标为 -2 。



注意：

横坐标写在纵坐标前面，中间用“，”号隔开，再用小括号括起来，它们的顺序不能颠倒。

2、点到直线的距离：

①点 (a, b) 到直线 $y = m$ (m 为常数) 的距离为 $|b - m|$ ，当 $m = 0$ 时，就是点到横轴 (x 轴) 的距离为 $|b|$ ；

②点 (a, b) 到直线 $x = n$ (n 为常数) 的距离为 $|a - n|$ ，当 $n = 0$ 时，就是点到纵轴 (y 轴) 的距离为 $|a|$ 。

总结：

点到 x 轴的距离为纵坐标绝对值，点到 y 轴的距离为横坐标绝对值。

3、象限内点的坐标：

点 $P(x, y)$ 在第一象限 $\Leftrightarrow (+, +)$ ， $x > 0$ ， $y > 0$ ；

点 $P(x, y)$ 在第二象限 $\Leftrightarrow (-, +)$ ， $x < 0$ ， $y > 0$ ；

点 $P(x, y)$ 在第三象限 $\Leftrightarrow (-, -)$ ， $x < 0$ ， $y < 0$ ；

点 $P(x, y)$ 在第四象限 $\Leftrightarrow (+, -)$ ， $x > 0$ ， $y < 0$ 。

注意：

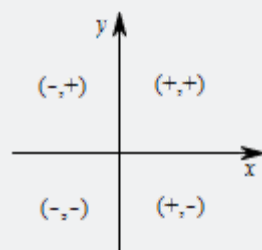
两条坐标轴上的点不属于任何一个象限。原点既在 x 轴上，又在 y 轴上。

4、坐标轴上的点的坐标特征：

①点 $P(x, y)$ 落在 x 轴上：

点 $P(x, y)$ 在 x 轴上 $\Leftrightarrow y = 0$ ， x 为任意实数；

点 $P(x, y)$ 在 x 正半轴上 $\Leftrightarrow y = 0, x > 0$



点 $P(x, y)$ 在 x 负半轴上 $\Leftrightarrow y = 0, x < 0$

②点 $P(x, y)$ 落在 y 轴上：

点 $P(x, y)$ 在 y 轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y$ 为任意实数；

点 $P(x, y)$ 在 y 正半轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y > 0$ ；

点 $P(x, y)$ 在 y 负半轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y < 0$.

③点 $P(x, y)$ 即在 x 轴上，又在 y 轴上 $\Leftrightarrow x = 0, y = 0$ ，即点 P 的坐标为 $(0, 0)$ ，是坐标原点.

|| 例题2

7. 在下列所给出的坐标中，在第三象限的是（ ）.

A. $(1, 2)$

B. $(1, -2)$

C. $(-1, -2)$

D. $(-1, 2)$

【答案】 C

【解析】 $\because$ 第三象限，横坐标为负，纵坐标为负，故选C.

【标注】 【知识点】象限内坐标的特征

8. 已知点 $P(0, a)$ 在 y 轴的负半轴上，则点 $Q(-a^2 - 1, -a + 1)$ 在第 ____ 象限.

【答案】 二

【解析】 $\because$ 点 $P(0, a)$ 在 y 轴的负半轴上，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore -a^2 - 1 < 0, -a + 1 > 0,$$

$\therefore$ 点 $Q(-a^2 - 1, -a + 1)$ 在第二象限.

故答案为：二.

【标注】 【知识点】坐标轴上点的坐标特征

9. 设在 (a^3, ab) 第三象限，则：

(1) $(|a|, b)$ 在第 ____ 象限

(2) $(\frac{a}{b}, a - b)$ 在第 ____ 象限

(3) $(b - a, b^3)$ 在第 ____ 象限

【答案】 (1) 一

(2) 三

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

练习2

10. 若点 $P(x, y)$ 的坐标满足 $xy = 0 (x \neq y)$ ，则点 P 必在 () .
- A. 原点上
B. x 轴上
C. y 轴上
D. x 轴上或 y 轴上 (除原点)

【答案】D

【解析】 $\because xy = 0$,
 $\therefore x = 0$ 或 $y = 0$,
当 $x = 0$ 时 , 点 P 在 x 轴上 ,
当 $y = 0$ 时 , 点 P 在 y 轴上 ,
 $\because x \neq y$,
 $\therefore$ 点 P 不是原点 ,
综上所述 , 点 P 必在 x 轴上或 y 轴上 (除原点)
故选 D .

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

11. 如果 $m + n < 0$, $mn < 0$, 且 $|m| < |n|$, 那么点 $P(n, m - n)$ 在 () .
- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

【答案】B

【解析】 $\because mn < 0$,
 $\therefore m$ 与 n 异号 ,
 $\because m + n < 0$, 且 $|m| < |n|$,
 $\therefore n$ 是负数 , m 是正数 ,
 $\therefore n < 0$, $m - n > 0$,
 $\therefore$ 点 $P(n, m - n)$ 在第二象限 .
故选 B .

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

12. 点 $P(x, x+3)$ 一定不在() .

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】 D

【解析】 $\because x+3 > x$,

$\therefore$ 点 P 的纵坐标一定比横坐标大 ,

$\therefore$ 第四象限内点的横坐标是正数 , 纵坐标是负数 ,

$\therefore$ 点 P 一定不在第四象限 .

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

13. 设 $P(x, y)$ 是坐标平面上的任一点 , 根据下列条件填空 :

(1) 如果 $xy > 0$, 那么点 P 在 ____ 象限 .

(2) 如果 $xy < 0$, 那么点 P 在 ____ 象限 .

(3) 如果 $y > 0$, 那么点 P 在 ____ 象限或在 ____ 上 .

(4) 如果 $x < 0$, 那么点 P 在 ____ 象限或在 ____ 上 .

(5) 如果 $y = 0$, 那么点 P 在 ____ 上 .

(6) 如果 $x = 0$, 那么点 P 在 ____ 上 .

(7) 如果 $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 0$, 那么点 P 是 ____ .

【答案】 (1) 一、三

(2) 二、四

(3) 一、二 ; y 轴正半轴

(4) 二、三 ; x 轴负半轴

(5) x 轴

(6) y 轴

(7) 原点

【解析】 (1) 略

(2) 略

(3) 略

(4) 略

(5) 略

(6) 略

(7) 略

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

例题3

14. 第三象限内的点 $P(x, y)$, 满足 $|x| = 5$, $y^2 = 9$, 则点 P 的坐标是 _____ .

【答案】 $(-5, -3)$

【解析】第三象限内的点的横、纵坐标均小于0 ; $(-5, -3)$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

15. 已知点 $P(a, b)$ 是平面直角坐标系中第四象限的点, 则化简 $|b - a| + \sqrt{b^2} - \sqrt[3]{a^3}$ 的结果是 () .

A. $-2a + 2b$

B. $-2b$

C. $2a - 2b$

D. $-2a$

【答案】B

【解析】 $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第四象限,

$$\therefore a > 0, b < 0,$$

$$\therefore |b - a| + \sqrt{b^2} - \sqrt[3]{a^3}$$

$$= a - b + (-b) - a$$

$$= -2b.$$

故答案为: $-2b$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

16. 点 $P(x, y + 1)$ 在第四象限, 且 x 的算术平方根等于它本身, $(y + 1)^2 = 4$, 则点 $A(x, y)$ 的坐标为 _____ .

【答案】 $(1, -3)$

【解析】 $\because$ 点 $P(x, y + 1)$ 在第四象限,

$$\therefore x > 0, y + 1 < 0,$$

又 $\because x$ 的算术平方根等于它本身,

$$\therefore x = 1,$$

$$\text{又} \because (y+1)^2 = 4 ,$$

$$\therefore y+1 = -2 ,$$

$$y = -3 ,$$

$$\therefore \text{点} A(x, y) \text{ 的坐标为 } (1, -3) .$$

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

练习3

17. 已知点 $P(x, y)$ 在第三象限，且 $|x| = \sqrt{3}$ ， $|y-2| = 3$ ，则点 P 的坐标为 _____ .

【答案】 $(-\sqrt{3}, -1)$

【解析】 $\because |x| = \sqrt{3} ,$

$$\therefore x = \pm\sqrt{3} ,$$

$$|y-2| = 3 ,$$

$$\therefore y = 5 \text{ 或 } y = -1 ,$$

又 $\because P(x, y)$ 在第三象限，

$$\therefore x < 0 , y < 0 .$$

$$\therefore x = -\sqrt{3} ; y = -1 ,$$

$$\therefore P(-\sqrt{3}, -1) .$$

故答案为： $(-\sqrt{3}, -1)$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

18. 已知点 $P(a, b)$ 是平面直角坐标系中第二象限的点，则化简 $|a-b| + |b-a|$ 的结果 () .

A. 0

B. $2a$

C. $2a-2b$

D. $-2a+2b$

【答案】 D

【解析】 $\because P$ 在第二象限，

$$\therefore a < 0 , b > 0 ,$$

$$\therefore |a-b| + |b-a| = b-a + b-a = 2b-2a .$$

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

19. 若点 $A(a, b)$ 在第三象限，则点 $B(-a+1, 3b-2)$ 在第 _____ 象限 .

【答案】四

【解析】 $A(a, b)$ 在第三象限，故 $a < 0$ ， $b < 0$ ，

$$\therefore -a + 1 > 0,$$

$$3b - 2 < 0,$$

$\therefore B(-a + 1, 3b - 2)$ 在第四象限。

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

例题4

20. 若点 $P(2x - 1, 3x + 2)$ 是 x 轴上的点，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若点 $P(2x - 1, 3x + 2)$ 是 y 轴上的点，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $-\frac{2}{3}$ ； $\frac{1}{2}$

【解析】 $\because$ 点 $P(2x - 1, 3x + 2)$ 是 x 轴上的点，

$$\therefore 3x + 2 = 0, \text{ 解得：} x = -\frac{2}{3}.$$

$\because$ 点 $P(2x - 1, 3x + 2)$ 是 y 轴上的点，

$$\therefore 2x - 1 = 0, \text{ 解得：} x = \frac{1}{2}.$$

故答案为 $-\frac{2}{3}$ ， $\frac{1}{2}$ 。

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

21. 若点 P 在 x 轴的上方， y 轴的左侧，且到 x 轴的距离为3，到 y 轴的距离为4，则点 P 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $(-4, 3)$

【解析】 $\because$ 点 P 在 x 轴上方， y 轴上的左侧，

$\therefore$ 点 P 在第二象限，

$\therefore$ 点 P 到 x 轴的距离为3，到 y 轴的距离是4，

$\therefore$ 点 P 的横坐标为-4，纵坐标为3，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-4, 3)$ 。

故答案是： $(-4, 3)$ 。

【标注】【知识点】坐标与距离

【知识点】象限内坐标的特征

22. 已知点 $A(3a, 2b)$ 在 x 轴上方, y 轴左边, 则点 A 到 x 轴, y 轴的距离分别是().

A. $3a, -2b$

B. $-3a, 2b$

C. $2b, -3a$

D. $-2b, 3a$

【答案】 C

【解析】 点 $A(3a, 2b)$ 在 x 轴上方, y 轴左边, 则点 A 到 x 轴, y 轴的距离分别是 $2b, -3a$.

【标注】 【知识点】 坐标与距离

23. 已知平面直角坐标系中有一点 $M(m-1, 2m+3)$.

(1) 当点 M 到 x 轴的距离为1时, 求点 M 的坐标.

(2) 当点 M 到 y 轴的距离为2时, 求点 M 的坐标.

【答案】 (1) $(-2, 1)$ 或 $(-3, -1)$.

(2) $(2, 9)$ 或 $(-2, -1)$.

【解析】 (1) $\because |2m+3| = 1$,

$$\therefore 2m+3 = 1 \text{ 或 } 2m+3 = -1,$$

$$\text{解得: } m = -1 \text{ 或 } m = -2,$$

$$\therefore \text{点} M \text{ 的坐标是 } (-2, 1) \text{ 或 } (-3, -1).$$

(2) $\because |m-1| = 2$,

$$\therefore m-1 = 2 \text{ 或 } m-1 = -2,$$

$$\text{解得: } m = 3 \text{ 或 } m = -1,$$

$$\therefore \text{点} M \text{ 的坐标是: } (2, 9) \text{ 或 } (-2, -1).$$

【标注】 【能力】 运算能力

【思想】 分类讨论思想

【知识点】 象限内坐标的特征

【知识点】 坐标与距离

练习4

24. 若点 $P(2-m, 3m+1)$ 在坐标轴上, 则点 P 的坐标为 ____.

【答案】 $(0, 7)$ 或 $(\frac{7}{3}, 0)$

【解析】 $\because$ 点 $P(2-m, 3m+1)$ 在坐标轴上,

$$\therefore 2-m=0 \text{ 或 } 3m+1=0, \text{ 解得 } m=2 \text{ 或 } m=-\frac{1}{3}.$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 7)$ 或 $(\frac{7}{3}, 0)$.

【标注】 【知识点】坐标轴上点的坐标特征

25. 已知点 P 的坐标为 $(a-2, -3a-6)$, 且它到两坐标轴的距离相等, 则点 P 的坐标为 ().

- A. $(-3, -3)$ B. $(-6, 6)$ C. $(3, 3)$ 或 $(6, 6)$ D. $(-3, -3)$ 或 $(-6, 6)$

【答案】 D

【解析】 根据已知可得 $|a-2| = |-3a-6|$,

① $a-2 = -3a-6$ 得 $a = -1$, 此时 P 的坐标 $(-3, -3)$,

② $a-2 = -(-3a-6)$ 得 $a = -4$, 此时 P 的坐标 $(-6, 6)$, 所以 P 的坐标为 $(-3, -3)$ 或者 $(-6, 6)$

.

故选 D.

【标注】 【知识点】象限内坐标的特征

26. 已知点 $P(2a, 1-3a)$ 在第二象限, 且点 P 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离之和为 6, 则 a 的值为 ____.

【答案】 -1

【解析】 $\because P(2a, 1-3a)$ 在第二象限,

$$\therefore 2a < 0, 1-3a > 0,$$

$$\therefore a < 0,$$

$\therefore$ 点 P 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离之和为 6,

$$-2a + 1 - 3a = 6,$$

$$a = -1.$$

【标注】 【知识点】坐标与距离

27. 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标是 $(3a-5, a+1)$.

(1) 若点 A 在 y 轴上, 求 a 的值及点 A 的坐标.

(2) 若点 A 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等, 求 a 的值及点 A 的坐标.

【答案】 (1) $(0, \frac{8}{3})$.

(2) $a = 3$, 则点 $A(4, 4)$ 或 $a = 1$, 则点 $A(-2, 2)$.

【解析】 (1) $\because$ 点 A 在 y 轴上 ,

$$\therefore 3a - 5 = 0 ,$$

$$\text{解得} : a = \frac{5}{3} ,$$

$$a + 1 = \frac{8}{3} ,$$

$$\text{点 } A \text{ 的坐标为} : (0, \frac{8}{3}) .$$

(2) $\because$ 点 A 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离相等 ,

$$\therefore |3a - 5| = |a + 1| ,$$

$$\textcircled{1} 3a - 5 = a + 1 , \text{ 解得} : a = 3 , \text{ 则点 } A(4, 4) .$$

$$\textcircled{2} 3a - 5 + (a + 1) = 0 , \text{ 解得} : a = 1 , \text{ 则点 } A(-2, 2) .$$

$$\therefore a = 3 , \text{ 则点 } A(4, 4) \text{ 或 } a = 1 , \text{ 则点 } A(-2, 2) .$$

【标注】 【能力】运算能力

【知识点】象限内坐标的特征

【知识点】坐标与距离

【思想】分类讨论思想

28. 已知第二象限的点 $P(a - 1, 1 - b)$ 到 y 轴的距离为 () .

A. $a - 1$

B. $1 - a$

C. $1 - b$

D. $b - 1$

【答案】 B

【解析】 第二象限的点到 y 轴的距离即为横坐标的绝对值 , 第二象限的点横坐标 < 0 , 则点

$P(a - 1, 1 - b)$ 到 y 轴的距离为 $1 - a$.

【标注】 【知识点】象限内坐标的特征

29. 若第二象限的点 $P(a, b)$ 到 x 轴的距离是 $4 + a$, 到 y 轴的距离是 $b - 1$, 则点 P 的坐标为 _____ .

【答案】 $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$

【解析】 $\because$ 点 $P(a, b)$ 在第二象限 ,

$$\therefore a < 0 , b > 0 ,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 到 } x \text{ 轴的距离是 } 4 + a , \text{ 到 } y \text{ 轴的距离是 } b - 1 ,$$

$$\therefore \begin{cases} 4+a=b \\ b-1=-a \end{cases},$$

$$\text{解方程组得, } \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{5}{2} \end{cases},$$

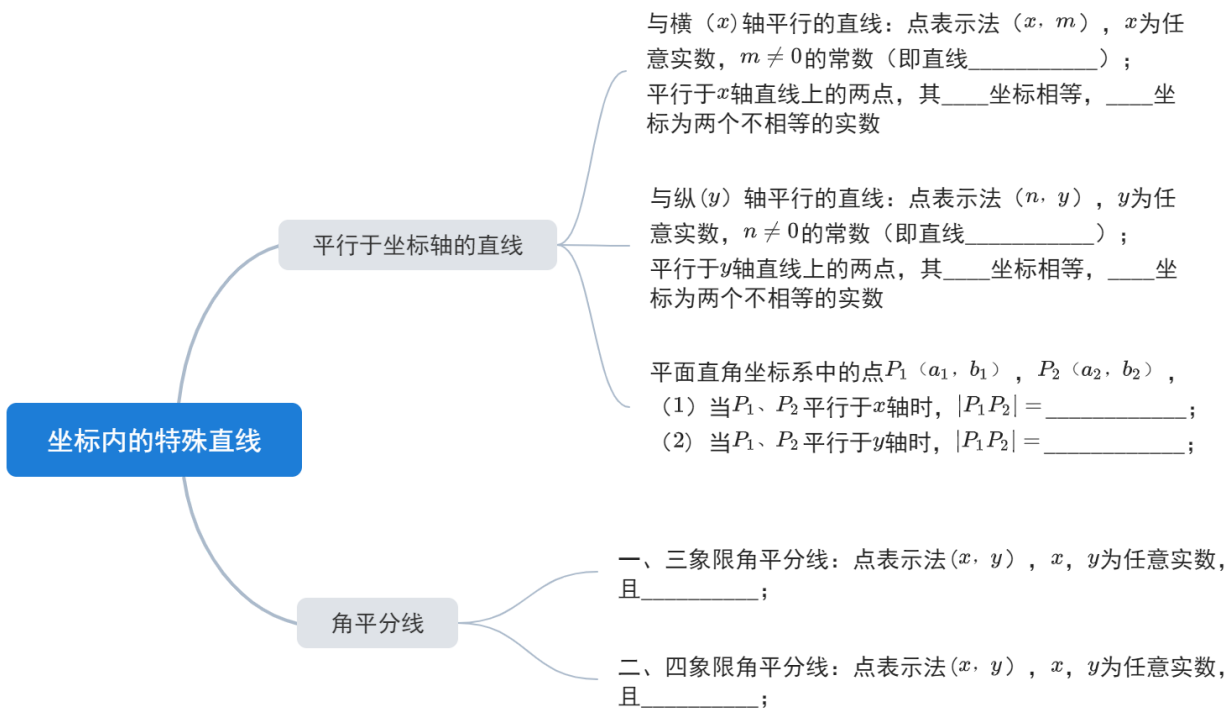
所以, 点 P 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$.

故答案为: $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】坐标与距离

三、坐标内的特殊直线

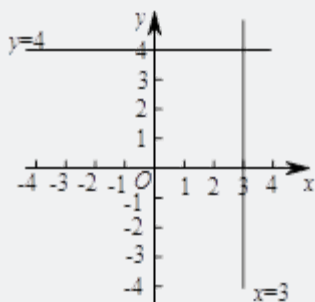


【教法备注】

1、平行于坐标轴的直线:

①与横轴平行的直线: 点表示法 (x, m) , x 为任意实数, $m \neq 0$ 的常数 (即直线 $y = m$);

②与纵轴平行的直线: 点表示法 (n, y) , y 为任意实数, $n \neq 0$ 的常数 (即直线 $x = n$).



直线 $y = 4$ 平行于 x 轴；直线 $x = 3$ 平行于 y 轴。

平面直角坐标系中的点 $P_1(a_1, b_1)$ ， $P_2(a_2, b_2)$ ，

(1) 当 P_1P_2 平行于 x 轴时， $|P_1P_2| = |a_1 - a_2|$ ；

(2) 当 P_1P_2 平行于 y 轴时， $|P_1P_2| = |b_1 - b_2|$ 。

2、角平分线：

①一、三象限角平分线：点表示法 (x, y) ，

x, y 为任意实数，且 $x = y$ ；

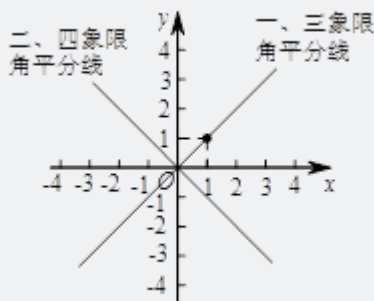
②二、四象限角平分线：点表示法 (x, y) ，

x, y 为任意实数，且 $x = -y$ 。

注意：

(1) 平行于 x 轴直线上的两点，其纵坐标相等，横坐标为两个不相等的实数；

(2) 平行于 y 轴直线上的两点，其横坐标相等，纵坐标为两个不相等的实数。



例题5

30. 学完了“平面直角坐标系”后，李宇同学在笔记本上写了下列一些体会：

①如果一个点的横，纵坐标都为零，则这个点是原点；

②如果一个点在 x 轴上，那它一定不属于任何象限；

③纵轴上的点的横坐标均相等，且都等于零；

④纵坐标相同的点，分布在平行于 y 轴的某条直线上。

其中你认为正确的有 _____（把正确的序号填在横线上）。

【答案】 ①②③

【解析】 ①说法是正确的，这是原点的特点，

② x 轴上的点不属于任何象限，这是平面直角坐标系的特点，正确，

③纵轴上的点的横坐标都为0，而0既不是正数，也不是负数，正确，

④纵坐标相同的点，分布在平行于 x 轴的某条直线或者就是 x 轴，故④错误。

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

31. 已知线段 MN 平行于 y 轴，且 $M(3, -6)$ ， $N(x, 2)$ ，那么 x 的值是_____。

【答案】3

【解析】 MN 平行于 y 轴，所以 M 和 N 点横坐标相同，
所以 $x = 3$ ，
故答案为：3。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

32. 已知点 $A(a, 5)$ ， $B(2, 2 - b)$ ， $C(4, 2)$ 且 $AB \parallel x$ 轴， $AC \parallel y$ 轴，则 $a - b =$ _____。

【答案】7

【解析】 $\because AB \parallel x$ 轴， $AC \parallel y$ 轴，
 $\therefore 2 - b = 5$ ， $a = 4$ ，
 $\therefore b = -3$ ， $a = 4$ ，
 $\therefore a - b = 4 - (-3) = 7$ 。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

33. 在平面直角坐标系中，点 $A(x, y)$ ， $B(3, 4)$ ， $AB = 5$ ，且 $AB \parallel x$ 轴，则 A 点坐标为（ ）。

- A. $(-3, 4)$ B. $(8, 4)$ C. $(3, 9)$ 或 $(-2, 4)$ D. $(-2, 4)$ 或 $(8, 4)$

【答案】D

【解析】 $\because A(x, y)$ ， $B(3, 4)$ 且 $AB \parallel x$ 轴。
 $\therefore y = 4$ ，
又 $\because AB = 5$ ，
 $\therefore x = 3 + 5 = 8$ 或 $x = 3 - 5 = -2$ ，
 $\therefore$ 点 A 坐标为 $(8, 4)$ 或 $(-2, 4)$ 。
故选D。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

练习5

34. 在平面直角坐标系中，点 $M(a-3, a+4)$ ，点 $N(5, 9)$ ，若 $MN \parallel y$ 轴，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 8

【解析】 $M(a-3, a+4)$ ， $N(5, 9)$ ，

$\because MN \parallel y$ 轴，

$\therefore a-3 = 5$ ，

$a = 8$ 。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

35. 已知点 $P(a-2, b+3)$ ， $Q(2a+1, 3b-1)$ ，（ P 与 Q 不重合）。

（1）若 $PQ \parallel y$ 轴，则 $a \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b \underline{\hspace{2cm}}$ ；

（2）若 $PQ \perp y$ 轴，则 $a \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】（1） $= -3$ ； $\neq 2$

（2） $\neq -3$ ； $= 2$

【解析】（1）若 $PQ \parallel y$ 轴，则 PQ 的横坐标相等，纵坐标不同，

即 $a-2 = 2a+1$ ， $b+3 \neq 3b-1$ ，

解得： $a = -3$ ， $b \neq 2$ 。

（2）若 $PQ \perp y$ 轴，则 PQ 的横坐标不同，纵坐标相等，

即 $a-2 \neq 2a+1$ ， $b+3 = 3b-1$ ，

解得： $a \neq -3$ ， $b = 2$ 。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

36. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-4, 3)$ 。若线段 $AB \parallel y$ 轴，且 AB 的长为6，则点 B 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $(-4, -3)$ 或 $(-4, 9)$

【解析】 $\because AB$ 与 y 轴平行，

$\therefore A$ 、 B 两点的横坐标相同，

又 $AB = 6$ ，

$\therefore B$ 点纵坐标为： $3+6=9$ ，或 $3-6=-3$ ，

$\therefore B$ 点的坐标为： $(-4, -3)$ 或 $(-4, 9)$ 。

故答案为： $(-4, -3)$ 或 $(-4, 9)$ 。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

37. 在平面直角坐标系中，已知两点坐标 $A(m-1, 3)$ ， $B(1, m^2-1)$ ，若 $AB \parallel x$ 轴，则 m 的值是_____。

【答案】 -2

【解析】 $\because A(m-1, 3)$ ， $B(1, m^2-1)$ ， $AB \parallel x$ 轴，

$\therefore m^2-1=3$ ，

解得： $m=\pm 2$ ，

又 $\because$ 当 $m=2$ 时， A 、 B 坐标相同，

$\therefore m=2$ 舍去，

则 $m=-2$ 。

故答案为： -2 。

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

38. 在平面直角坐标系中：

(1) 已知点 $P(2a-4, a+4)$ 在 y 轴上，求点 P 坐标。

(2) 已知两点 $A(-2, m-3)$ ， $B(n+1, 4)$ 。若 $AB \parallel x$ 轴，点 B 在第一象限，求 m 值。并确定 n 的取值范围。

【答案】 (1) $(0, 6)$ 。

(2) $m=7$ ， $n>-1$ 。

【解析】 (1) $\because$ 点 $P(2a-4, a+4)$ 在 y 轴上，

$\therefore 2a-4=0$ ，

解得 $a=2$ ，

$\therefore a+4=2+4=6$ ，

则点 P 的坐标为 $(0, 6)$ 。

(2) $\because A(-2, m-3)$ ， $B(n+1, 4)$ ， $AB \parallel x$ 轴，

$\therefore m-3=4$ ，

解得： $m=7$ ，

$\because$ 点 B 在第一象限，

$$\therefore n + 1 > 0,$$

$$\text{解得：} n > -1.$$

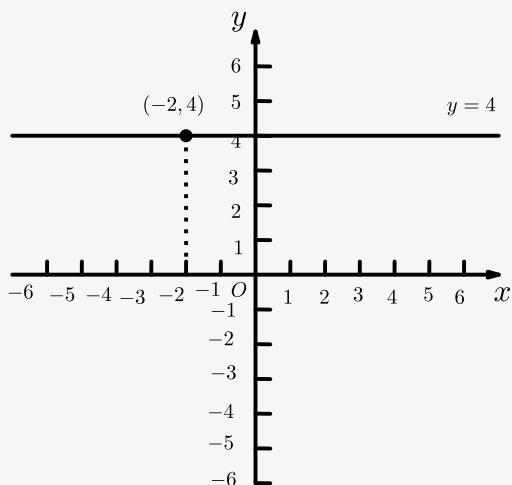
【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

|| 例题6

39. 经过点 $P(-2, 4)$ 且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线 _____ .

【答案】 $y = 4$

【解析】 如图所示：



经过点 $P(-2, 4)$ 且垂直于 y 轴的直线可以表示为直线 $y = 4$.

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征

40. 点 $M(2a + 1, 1 - a)$ 到点 $(a - 1, 1 - a)$ 的距离为3，求 M 的坐标 .

【答案】 $(3, 0)$ 或 $(-9, 6)$.

【解析】 由已知得 $|2a + 1 - (a - 1)| = 3$,

$$\text{化简得} |a + 2| = 3 ,$$

$$\therefore a = 1 \text{ 或 } a = -5 ,$$

$$\therefore 2a + 1 = 3, 1 - a = 0 ,$$

$$\text{或 } 2a + 1 = -9, 1 - a = 6 ,$$

$$\therefore \text{点} P \text{坐标为 } (3, 0) \text{ 或 } (-9, 6) .$$

【标注】【知识点】坐标与距离

【知识点】象限内坐标的特征

【能力】运算能力

【思想】分类讨论思想

41. 点 $M(2a+1, 1-a)$ 到直线 $y=1$ 的距离为1, 求 M 的坐标.

【答案】 $(3, 0)$ 或 $(-1, 2)$.

【解析】 $|1-a-1|=1$, $\therefore a=\pm 1$, $\therefore$ 点 M 的坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-1, 2)$.

【标注】【思想】分类讨论思想

【知识点】坐标与距离

练习6

42. 点 $M(2a+1, 1-a)$ 到直线 $x=2$ 的距离为1, 求 M 的坐标.

【答案】 $M(3, 0)$ 或 $M(1, 1)$.

【解析】由题可得： $|2a+1-2|=1$

得 $a=1$ 或 $a=0$

所 $M(3, 0)$ 或 $M(1, 1)$.

【标注】【知识点】象限内坐标的特征

【知识点】坐标与距离

【能力】运算能力

【思想】分类讨论思想

例题7

43. 已知点 $A(2a+1, 5a-2)$ 在第一、三象限的角平分线上, 点 $B(2m+7, m-1)$ 在二、四象限的角平分线上, 则().

A. $a=1, m=-2$

B. $a=1, m=2$

C. $a=-1, m=-2$

D. $a=-1, m=2$

【答案】A

【解析】由已知条件知，点A位于一、三象限夹角平分线上，

$$\text{所以有 } 2a + 1 = 5a - 2,$$

$$\text{解得：} a = 1;$$

$\therefore$ 点B(2m+7, m-1)在第二、四象限的夹角平分线上，

$$\therefore (2m+7) + (m-1) = 0,$$

$$\text{解得：} m = -2.$$

【标注】【知识点】角平分线上点的坐标特征

练习7

44. 点A(a+3, 4)与点B(-2, b+3)都在第二、四象限的角平分线上，则a-b=().

A. -2

B. -6

C. 8

D. 6

【答案】 B

【解析】 $\because$ A、B点都在二、四象限角平分线上，

$$\therefore a + 3 + 4 = 0, a = -7,$$

$$-2 + b + 3 = 0, b = -1.$$

$$\therefore a - b = -7 - (-1) = -6.$$

故选B.

【标注】【知识点】角平分线上点的坐标特征

45. 已知点P(a-2, 2a+10)，分别根据下列条件求出点P坐标.

(1) 点P在x轴上.

(2) 点P在y轴上.

(3) 点Q的坐标为(1, 6)，直线PQ//y轴.

(4) 点P到x轴、y轴的距离相等.

【答案】 (1) P(-7, 0).

(2) P(0, 14).

(3) P(1, 16).

(4) P点(-14, -14)或 $\left(-\frac{14}{3}, \frac{14}{3}\right)$.

【解析】 (1) P(a-2, 2a+10)在x轴上，

$$\text{故 } 2a + 10 = 0 ,$$

$$a = -5 ,$$

$$\therefore P(-7, 0) .$$

(2) $P(a - 2, 2a + 10)$ 在 y 轴上 ,

$$\text{故 } a - 2 = 0 , a = 2 ,$$

$$\therefore 2a + 10 = 14 ,$$

$$\therefore P(0, 14) .$$

(3) $\because PQ \parallel y$ 轴 ,

$\therefore P, Q$ 两点横坐标相等 ,

$$\therefore Q(1, 6) ,$$

$$\therefore a - 2 = 1 , a = 3 ,$$

$$\therefore 2a + 10 = 16 ,$$

$$\therefore P(1, 16) .$$

(4) 方法一：点 P 到 x 轴, y 轴距离相等 ,

故 P 在一三或二四象限角平分线上 ,

①一三象限角平分线上： $a - 2 = 2a + 10$,

$$a = -12 ,$$

$$\therefore P(-14, -14) .$$

②二四象限角平分线上： $a - 2 + 2a + 10 = 0$,

$$a = -\frac{8}{3} ,$$

$$\therefore P\left(-\frac{14}{3}, \frac{14}{3}\right) .$$

综上： P 点 $(-14, -14)$ 或 $\left(-\frac{14}{3}, \frac{14}{3}\right)$.

方法二：点 P 到 x 轴距离为 $|2a + 10|$,

点 P 到 y 轴距离为 $|a - 2|$,

$$\therefore |2a + 10| = |a - 2| ,$$

$$\therefore 2a + 10 = a - 2 \text{ 或 } 2a + 10 + a - 2 = 0 ,$$

$$a = -12 \text{ 或 } a = -\frac{8}{3} ,$$

$$\therefore a - 2 = -14 \text{ 或 } a - 2 = -\frac{14}{3} ,$$

$$2a + 10 = -14 \text{ 或 } 2a + 10 = \frac{14}{3} ,$$

$$\therefore P(-14, -14) \text{ 或 } P\left(-\frac{14}{3}, \frac{14}{3}\right) .$$

【标注】【知识点】平行于坐标轴的直线上点的坐标特征